

中国地质大学网络（成人）教育2017年秋季课程考试试卷

考试科目名称： 线性代数

[2017年秋季] 层次： 专升本 考试方式： 考查

姓名

学号

学习中心

专业

年级

考试时间

一、问答题

1. 论行列式与矩阵的基本概念及其运算

(1)行列式是在什么情况下引入的记号？为什么要引进行列式？行列式中行与列的地位是否相同？计算行列式有哪些常用的计算方法(至少列举三种以上)？

(2)克莱姆法则是求解线性方程组的一种常用的方法，请问用克莱姆法则求解线性方程组对方程组有哪两个要求？如果条件不满足，则应如何解决？

(3)为了求解一般线性方程组的解，引进矩阵的记号，请问：矩阵与行列式有什么本质的区别？在矩阵乘法中，两个矩阵可以相乘的充分必要条件是什么？(20分)

2. 论矩阵及其运算

(1)矩阵与行列式一样，是在解线性方程组时引入的一种记号，矩阵运算通常包括哪些运算？(至少列出四种运算形式)

(2)在矩阵的各种运算中，两个矩阵可以相加的条件是什么？两个矩阵可以相乘的条件是什么？一个矩阵与它的转置相等，这个矩阵通常叫做什么矩阵？

(3)相应于数的除法的矩阵运算是求逆运算，请问：一个n阶方阵A可逆的定义是什么？如果要求用初等变换的方法求矩阵的逆矩阵，请大致给出运算的过程？(20分)

3. 论向量组的线性相关性及其应用

(1) 向量组的线性相关性是线性代数中的重要概念，对于如何判定一组向量是否相关本课程给出了很多的判定定理。下面就最简单的两种情况，请问：①如果向量组中只有一个向量，应如何判定它的相关性？②如果向量组中只有两个向量，则又应该如何判定它们的相关性呢？

(2) 什么是向量组的秩？什么是向量组的极大线性无关组？极大线性无关组有何意义？

(3) 有限向量组的秩与矩阵的秩有着怎样的关系？如何求向量组的秩？(20分)

4. 论线性方程组的求解

(1)请仔细描述非齐次线性方程组 $AX=b$ 的解的结构定理。(即利用系数矩阵与增广矩阵的秩的关系，给出在:什么条件下无解？什么条件下有唯一解？什么条件下有无穷多组解，此时的解由哪两部分组成？)

(2)利用矩阵的初等变换方法，具体写出方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$
的通解。(20分)

5. 论特征值与特征向量

(1) 设A为n阶方阵， λ 是A的特征值，x是A的关于 λ 的特征向量，则A、 λ 、x必须满足什么条件？ λ 应如何求得？

(2) n阶方阵A必有n个特征值： $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ，则这n个特征值必须满足哪两条性质？

(3) 两个n阶方阵A与B相似的定义是什么？它们的特征值之间有什么关系？方阵A与一个对角矩阵相似通常需要满足哪些条件(条件不止1个，任意写出1条即可)？(20分)