

中国地质大学网络（成人）教育2017年春季课程考试试卷

考试科目名称： 线性代数

[2017年春季] 层次： 专升本 考试方式： 考查

姓名

学号

学习中心

专业

年级

考试时间

一、问答题

1. 论行列式及其运算

(1) 行列式是在求解线性方程组的情况下引入的一种记号，请问行列式有无形式上的要求？行列式中行列的地位是否一样？

(2) 如何计算行列式是线性代数中的一个基本问题，常用的计算方法有：化三角形法、递推法、降阶法、拆项法等等。请问什么是降阶法？

(3) 一个 n 阶行列式按定义计算是很困难的，通常先利用性质去简化行列式，再用相应方法解行列式。请问行列式有哪几条常用的性质(至少说出三条)? (18分)

2. 矩阵是线性代数中的第二个基本概念。矩阵与行列式一样是一个数吗？矩阵的行数与列数必须相等吗？在矩阵运算中，哪一种运算相当于通常我们说的除法？ (12分)

3. 请问方阵可逆的定义是什么？如果一个 n 阶方阵 A 满足关系式 $A^3 + A^2 - A - E = 0$ ，你能判断 A 是否可逆吗？如果可逆，请写出 A^{-1} 的表达式。(14分)

4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性相关，向量组 $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 线性无关，请利用向量组线性相关的理论解释 (1) α_1 为什么可以由 α_2, α_3 线性表示？ (2) α_4 为什么不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示？ (14分)

5. 请利用齐次线性方程组与非齐次线性方程组的解的结构定理讨论：若齐次线性方程组 $AX = 0$ 有无穷多组解，则非齐次线性方程组 $AX = b$ 是否也必有无穷多组解？ (14分)

6. 设有三阶线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + kx_2 - 2x_3 = 0 \\ kx_1 + 2x_2 + x_3 = k \end{cases}$$
，则 k 为何值时，方程组有唯一解？无解？有无穷多解？ (14分)

7. 两个 n 阶方阵 A 与 B 相似的定義是什么？它们的特征值之间有什么关系？方阵 A 应具有什么性质，可以保证其与一个对角矩阵相似？ (14分)